

Abstract zur Dissertation

„Klassifikation netzinvarianter Kollineationen und Anwendung eines elliptischen Netzes in der Dreiecksgeometrie“

Autor: Thomas Backmeister

Erster Beurteiler: Prof. Dr. Hans Havlicek, Technische Universität Wien

Zweiter Beurteiler: Prof. Dr. Georg Glaeser, Univ. für angewandte Kunst Wien

Datum: März 2012

Im ersten Teil dieser Dissertation wird die Menge aller jener Kollineationen des reellen projektiven Raumes klassifiziert, die eine gewisse elliptische lineare Kongruenz invariant lassen. Den Ausgangspunkt dieser Klassifikation bildet die Menge aller Möbiustransformationen der reellen Möbiusebene, da die elliptische Kongruenz ein in den projektiven Raum eingebettetes Modell dieser Ebene darstellt und jede netzinvariante Kollineation aus einer Möbiustransformation durch „Hochziehen“ in den Raum gewonnen werden kann.

Im zweiten Teil der Arbeit werden Haupteigenschaften der elliptischen Netzprojektion beschrieben. Geraden des projektiven Raumes werden mittels der Strahlen der elliptischen Kongruenz auf Möbiuskreise abgebildet. Die Netzprojektion läßt das Doppelverhältnis invariant. Geometrische Verhältnisse in der Möbiusebene sind durch entsprechende Beziehungen im projektiven Raum beschreibbar. Ein Beispiel dafür ist die Miquelsche Kreiskonfiguration.

Im letzten und eigentlichen Hauptteil werden das elliptische Netz und die zugehörige Netzprojektion dazu verwendet, um einige Tatsachen der Dreiecksgeometrie mittels geometrischer Elemente des projektiven Raumes zu beschreiben und herzuleiten. Es treten gewisse zu einem Dreieck gehörende Parabeln auf (Artzt-Parabeln), weiters der Lemoinesche und die beiden Brocardschen Punkte eines Dreiecks sowie der Brocardsche Winkel. Es läßt sich durch die verwendeten räumlichen Methoden klar erkennen, wie alle diese Dinge eng zusammengehören. Dieser Zusammenhang ist gegeben durch eine zum Dreieck gehörende Raumgerade, die hier als Brocardgerade bezeichnet wird.

Vermutlich lassen sich viele weitere Phänomene der Dreiecksgeometrie mit Hilfe eines elliptischen Netzes überschaubarer machen, als dies in der Ebene allein möglich ist. In diese Richtung will diese Dissertation eine Anregung geben.